

Freedom | สรุปกณิต

สอบปลายภาค 1/2566

โดย M.3/7 | FREEDOM GROUP

แก้ไขครั้งที่ 2 วันที่ 3 ตุลาคม 2566 20:15 น.

- อสมการ
- ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- พื้นที่ผิวและปริมาตร (พีระมิด , ทรงกรวย , ทรงกลม)

คำเตือน

เนื้อหาทั้งหมดเป็นเนื้อหาที่สรุปด้วยตนเอง
เนื้อหาจาก หนังสือ/สมุด/ชีท และครู
เนื้อหาอาจมีความผิดพลาดได้



FREEDOM
ASSUMPTION COLLEGE THONBURI



ONLINE PDF
POOMP5.COM/FREEDOM

SUPPORT US



PROMPT PAY TRUEMONEY

อสมการ

เครื่องหมาย

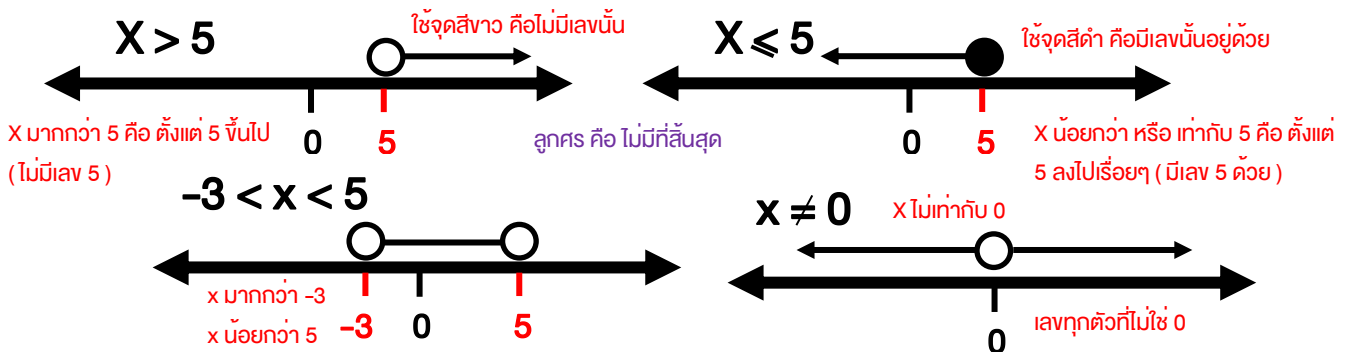
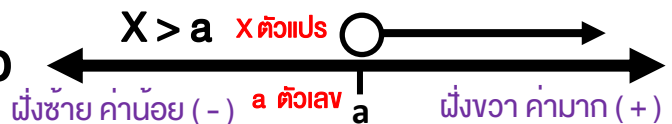
น้อยกว่า $<$
 มากกว่า $>$
 ไม่เท่ากับ \neq
 น้อยกว่าหรือเท่ากับ \leq
 มากกว่าหรือเท่ากับ \geq

ตัวอย่าง

หนึ่งน้อยกว่าสอง $1 < 2$
 สามมากกว่าสอง $3 > 2$
 สี่ไม่เท่ากับห้า $4 \neq 5$
 จำนวนหนึ่งมีค่าไม่เกินเจ็ด $X \leq 7$
 จำนวนหนึ่งมีค่าไม่ต่ำกว่าห้า $X \geq 5$

TIPS

อ่านตัวแปร ก่อนเสมอ



ตัวอย่างโจทย์ปัญหา

3 จำนวน รวมกัน ต้องไม่ถึง 96
 ผลบวกของจำนวนเต็มคู่สามจำนวนที่เรียงติดกันมีค่าน้อยกว่า 96 จงหาจำนวน
 เต็มคู่จำนวนที่มีค่ามากที่สุด มีคำตอบเดียว น้อยกว่า <

จำนวนที่ 1	X	$X + (X+2) + (X+4) < 96$	จำนวนที่ 1 ที่มากที่สุด คือ 29
จำนวนที่ 2	$X+2$	$3X+6 < 96$	จำนวนที่ 2 ที่มากที่สุด คือ 31
จำนวนที่ 3	$X+4$	$3X < 96-6$	จำนวนที่ 3 ที่มากที่สุด คือ 33
จำนวนเต็มคู่ เช่น 1,3,5,7,9			$29 + 31 + 33 = 93$ <u>ไม่ถึง 96</u>
เรียงติดกัน คือ +2 (เพิ่มขึ้นทีละ 2)			
		$3X < 90$	∴ จำนวนที่มากที่สุด คือ 33
		$X < 30$	

ระบบสมการ

การแก้ระบบสมการด้วยวิธีแทนค่าตัวแปร

- 1.) เลือกตัวที่จะตัดออกก่อน โดยดูว่าตัด X หรือ Y อันไหนง่ายสำหรับเรามากกว่า
 - 2.) หากจัดรูปสมการได้ ให้จัดรูปให้ง่ายต่อการแก้ที่สุด
 - 3.) คูณหรือหารสามารถ + หรือ - ได้ แล้วตัวที่จะตัด จะหายไป
 - 4.) ตัวที่เหลือ ให้เอาไปแทนค่า ในสมการ ที่คิดว่า แทนไปแล้วหาค่าที่ตัดไปได้ง่ายที่สุด
 - 5.) แล้วเราก็จะได้ทั้ง X แล้วก็ Y [ให้ตอบเป็น คู่อันดับ (x, y) **เอา x ขึ้นก่อนเสมอ**]
- ยกเว้นโจทย์ปัญหาให้เราดูว่า เราแทนค่า X และ Y เป็นอะไร ให้สรุปคำตอบ ด้วย

แก้สมการแล้วตัวแปรหายไป? | ตัวเลขไม่เท่ากัน ระบบสมการไม่มีคำตอบ
 เช่น $16 = 16$ | $6 = 8$ | ตัวเลขเท่ากัน ระบบสมการมีหลายคำตอบ

ตัวอย่าง

จงแก้ระบบสมการ
 นำมาคูณให้เลข ที่ติดกับตัวแปร
 เท่ากันทั้ง 2 สมการ เพื่อกำจัดออก

Sol. กำจัด y นำ $(-3x) \times$ (1)

นำ (-3) คูณ ทั้งสมการ (อย่าลืมคูณตัวที่อยู่หลังเท่ากับ)

นำ (2) + (3)

$$3x - y = 7 \dots\dots (1)$$

$$4x - 3y = 11 \dots\dots (2)$$

$$-3x + 3y = -21 \dots\dots (3)$$

$$4x - 3y = 11 \dots\dots (2) \quad +$$

$$-5x = -10$$

$$x = 2$$

แทนค่า $x = 2$ ใน (1)

$$3(2) - y = 7$$

$$6 - y = 7$$

$$6 - 7 = y$$

$$-1 = y$$

∴ คำตอบของระบบสมการคือ $(2, -1)$ ตอบแบบคู่อันดับ (x,y)

ตัวอย่าง

จำนวนที่มีสองหลักจำนวนหนึ่ง ผลบวกของเลขโดด 2 ตัวในจำนวนนี้

เท่ากับ 8 เมื่อสลับเลขโดด ในหลักทั้งสอง ทำให้จำนวนนี้มีค่าเพิ่มขึ้น 36 จงหาจำนวนนี้

Sol.

เลขโดด หลักสิบ หลักหน่วย จำนวนนี้ จำนวนสลับ

x y

$$10x + y$$

$$10y + x$$

เลขโดด เช่น $\sqrt{26}$

$$x + y = 8 \dots\dots (1)$$

$$10y + x - (10x - y) = 36$$

$$(9y - 9x = 36) \div 9$$

$$y - x = 4$$

$$-x + y = 4 \dots\dots (2)$$

$$x + y = 8 \dots\dots (1)$$

นำ (2) + (1) $2y = 12$

$$y = 6$$

แทน $y = 6$ ใน (1)

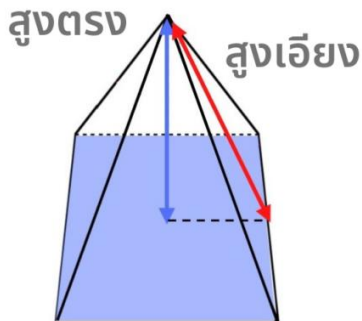
$$x + 6 = 8$$

$$x = 2$$

∴ จำนวนนี้คือ 26

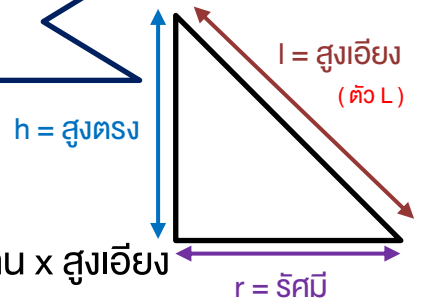
พื้นที่ผิวและปริมาตร

พีระมิด



พื้นที่ฐาน

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวข้าง} &= \frac{1}{2} \times \text{ความยาวรอบฐาน} \times \text{สูงเอียง} \\ \text{พื้นที่ผิวทั้งหมด} &= \frac{1}{2} \times \text{ความยาวรอบฐาน} \times \text{สูงเอียง} + \text{พื้นที่ฐาน} \\ \text{ปริมาตรพีระมิด} &= \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูงตรง} \end{aligned}$$



TIPS

วิธีหาพีทาโกรัส

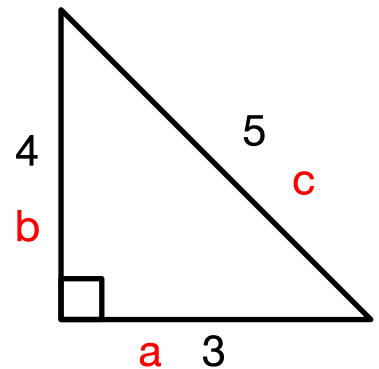
$$C^2 = A^2 + B^2$$

เลขชุดพีทาโกรัส

(เลขที่เจอบ่อยๆ)

3,4,5 5,12,13

7,24,25 8,15,17



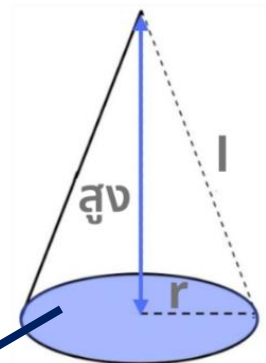
ทรงกรวย

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวข้าง} &= \pi r l \\ \text{พื้นที่ผิวทั้งหมด} &= \pi r (l + r) \\ \text{ปริมาตรกรวย} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \end{aligned}$$

r = รัศมี

h = สูงตรง

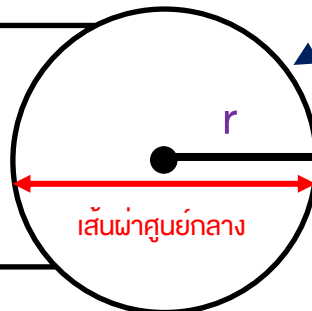
l = สูงเอียง



พื้นที่ฐาน

$$\text{พื้นที่รูปวงกลม} = \pi r^2$$

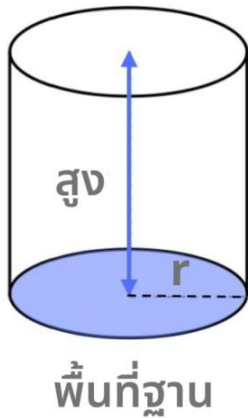
$$\text{เส้นรอบวง} = 2\pi r$$



เส้นผ่าศูนย์กลาง $\div 2$ จะได้รัศมี
เช่นเส้นผ่าศูนย์กลาง 14
รัศมี = 14 หาร 2
รัศมี = 7

หากตัดแล้วไม่ลงตัว ให้ตัด π เอาไว้ แต่ถ้าลงตัว ให้แทนค่า $\pi = \frac{22}{7}$

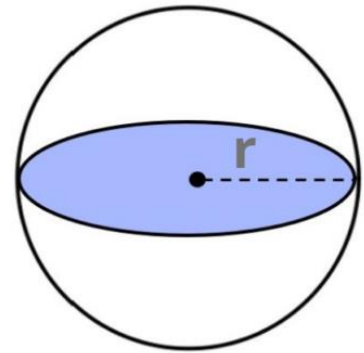
ทรงกระบอก



$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ผิวข้าง} &= 2\pi r h \\
 \text{พื้นที่ผิวทั้งหมด} &= 2\pi r^2 + 2\pi r h \\
 &\quad \swarrow \text{2 พื้นที่ฐาน = ฝาปิดข้างบน และ ข้างล่าง} \\
 &\quad \text{2 พื้นที่ฐาน + (ความยาวรอบรูปวงกลม x ความสูง)} \\
 &= 2\pi r (r + h) \text{ (ดึงตัวร่วม)} \\
 \text{ปริมาตรทรงกระบอก} &= \pi r^2 h \text{ (พื้นที่ฐาน X สูง)}
 \end{aligned}$$

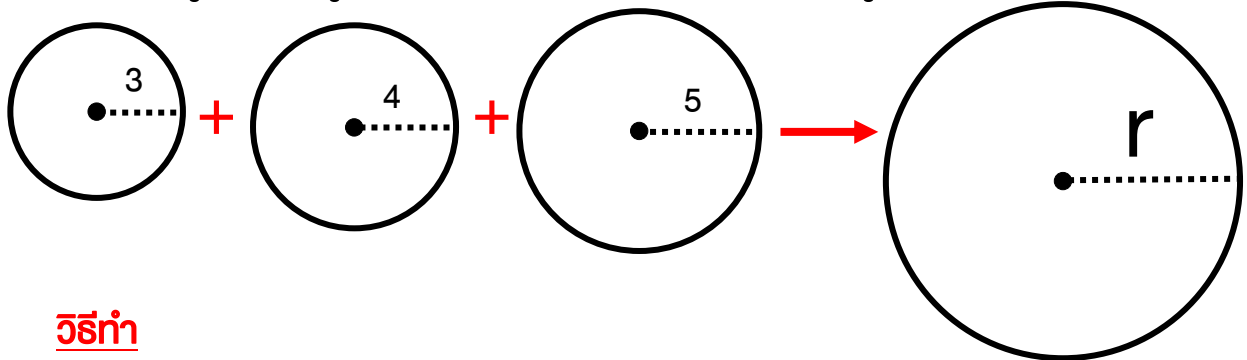
ทรงกลม

$$\begin{aligned}
 \text{พ.ท.ผิวทรงกลม} &= 4\pi r^2 \\
 \text{ปริมาตรทรงกลม} &= \frac{4}{3}\pi r^3
 \end{aligned}$$



ตัวอย่างโจทย์ปัญหา ทรงกลม

ทรงกลม 3 ลูกเส้นผ่าศูนย์กลาง 6 , 8 , 10 นิ้ว มาหลอมเป็นลูกเดียวจะได้รัศมีเท่าใด



วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \frac{4}{3}\pi r^3 + \frac{4}{3}\pi r^3 + \frac{4}{3}\pi r^3 &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\
 \cancel{\frac{4}{3}\pi 3^3} + \cancel{\frac{4}{3}\pi 4^3} + \cancel{\frac{4}{3}\pi 5^3} &= \cancel{\frac{4}{3}\pi} r^3 \\
 3^3 + 4^3 + 5^3 &= r^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 27 + 64 + 125 &= r^3 \\
 216 &= r^3 \\
 6 &= r
 \end{aligned}$$

∴ รัศมี 6 นิ้ว