

Freedom | สรุปกณิต

สอบกลางภาค 2/2566

โดย M.3/7 | FREEDOM GROUP

แก้ไขครั้งที่ 4 วันที่ 15 ธันวาคม 2566 (13.55 น.)

- อัตราส่วนตรีโกณมิติ
- สามเหลี่ยมคล้าย

คำเตือน

เนื้อหาทั้งหมดเป็นเนื้อหาที่สรุปด้วยตนเอง
เนื้อหาจาก หนังสือ/สมุด/ชีท และครู
เนื้อหาอาจมีความผิดพลาดได้

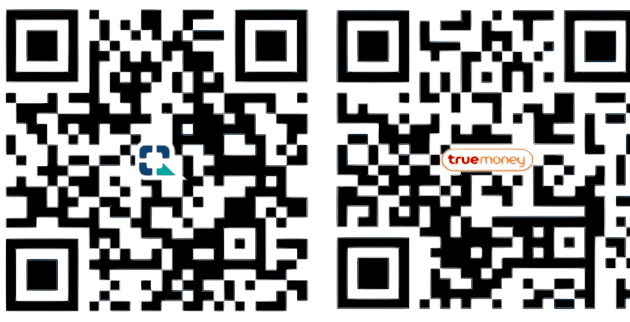


FREEDOM
ASSUMPTION COLLEGE THONBURI



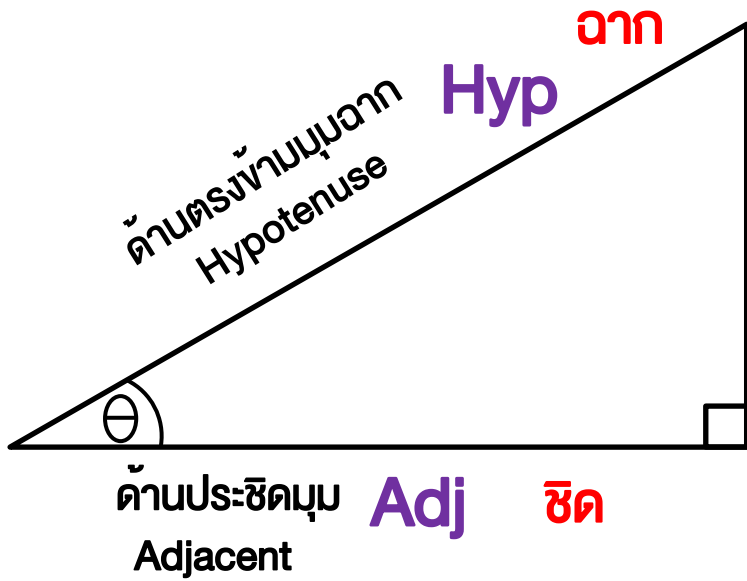
ONLINE PDF
POOMP5.COM/FREEDOM

SUPPORT US



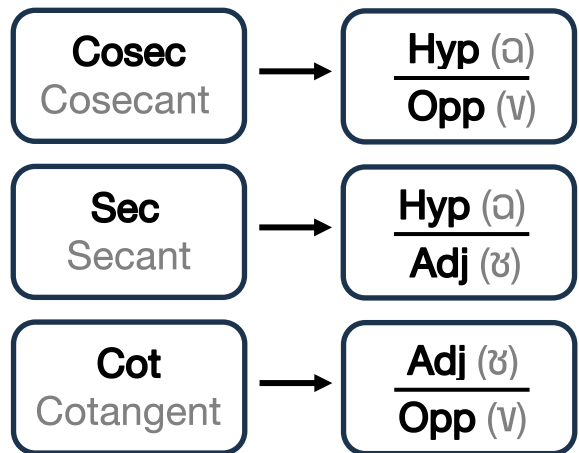
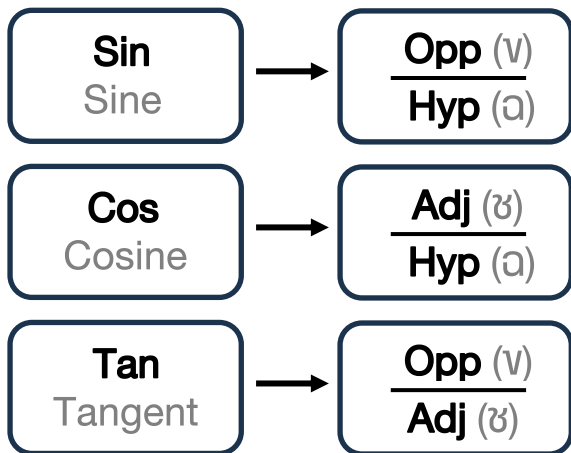
PROMPT PAY TRUEMONEY

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

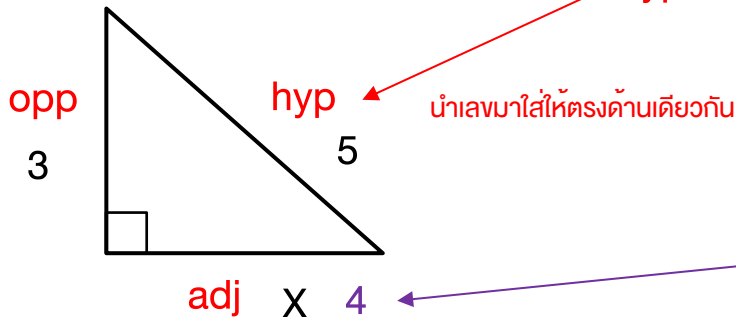


ด้านตรงข้ามมุม
Opposite side
Opp ้าม

ส่วนกลับ $\frac{Opp}{Hyp} \rightarrow \frac{Hyp}{Opp}$



ตัวอย่าง กำหนดให้ $\sin A = \frac{3}{5} = \frac{opp}{hyp}$



พีทาโกรัส

$$5^2 = 3^2 + X^2$$

$$25 = 9 + X^2$$

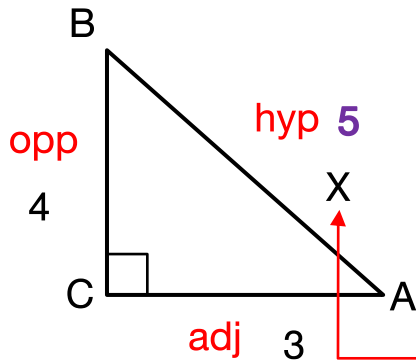
$$25 - 9 = X^2$$

$$16 = X^2$$

$$\pm 4 = X$$

วิธีนี้ใช้เพื่อหา
ตัวเลขให้ครบ
3 ด้าน

ตัวอย่าง กำหนดให้ $\cot A = \frac{3}{4}$ จงหาค่าของ $\frac{2\sin A - \cos A}{2\sin A + 3\cos A}$



$$\cot A = \frac{3}{4}$$

$$\cot A = \frac{\text{adj}}{\text{opp}}$$

พีทาโกรัส

$$X^2 = 4^2 + 3^2$$

$$X^2 = 16 + 9$$

$$X^2 = 25$$

$$X = \pm 5$$

แทนค่า

$$\sin A = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$\sin A = \frac{4}{5}$$

$$\cos A = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$$

$$\cos A = \frac{3}{5}$$

แทนค่าลงไปในโจทย์

$$\frac{2\left(\frac{4}{5}\right) - \left(\frac{3}{5}\right)}{2\left(\frac{4}{5}\right) + 3\left(\frac{3}{5}\right)} = \frac{2\sin A - \cos A}{2\sin A + 3\cos A}$$

$$\frac{8 - 3}{8 + 9} = \frac{5}{17}$$

คูณเข้าไปในวงเล็บ เลขส่วนเท่ากันทั้งหมดจึงตัดได้

ตรีโกณมิติ มุม 30° 45° 60°

Cosec Sec Cot ให้ใช้ส่วนกลับ

ตาราง	30°	45°	60°
Sin Sine	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cos Cosine	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tan Tangent	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$	$\sqrt{3}$

Ex.I $4\cos^2 60^\circ + \tan^2 45^\circ$

$$= 4 \left(\frac{1}{2} \right)^2 + (1)^2$$

← กำลังสองทั้งเศษและส่วน

$$= 4 \left(\frac{1}{4} \right) + 1$$

← แทนค่าจากโจทย์ให้กลายเป็นตัวเลข

$$= 1 + 1$$

= 2

Ex.II $5\tan^2 60^\circ \times \operatorname{cosec}^2 30^\circ$

$$= 5(\sqrt{3})^2 \times (2)^2$$

← รุยกกำลังสองจะได้เลขที่อยู่ข้างในรูป

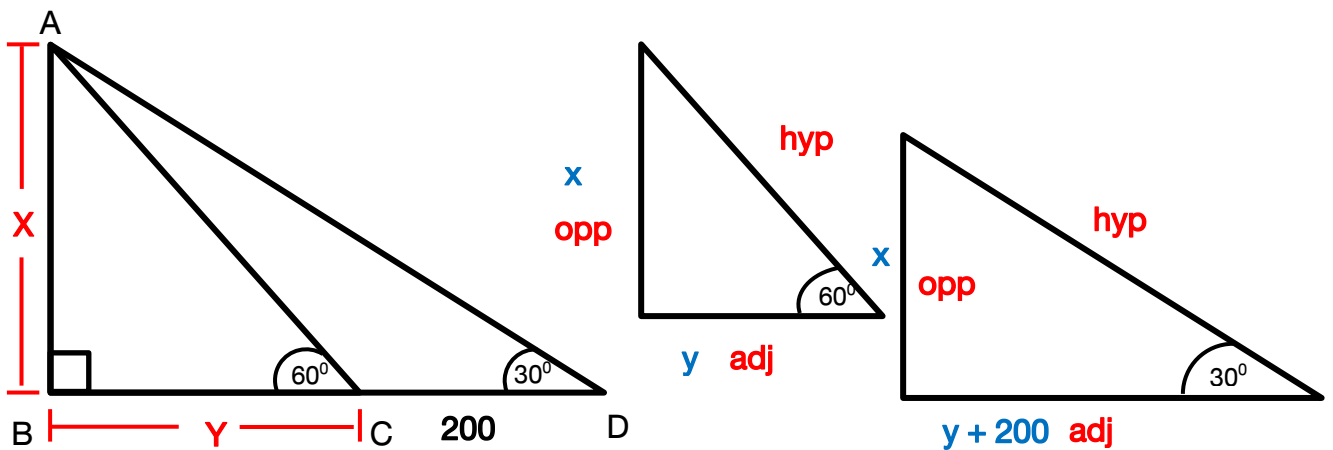
$$= 5(3) \times 4$$

เช่น $\sqrt{2}^2 \rightarrow 2$

$$= 15 \times 4$$

= 60

Ex.III จงหาความยาวของ AB



แทนค่า (1) ใน (2)

$$y + 200 = y\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

← รุยกคูณกับรุยกจะได้เลขที่อยู่ข้างในรูป

$$y + 200 = 3y$$

$$200 = 3y - y$$

$$200 = 2y$$

$$\frac{200}{2} = y$$

100 = y

แทนค่า y ใน (1)

$$100\sqrt{3} = x$$

∴ AB ยาว $100\sqrt{3}$

← แทนค่าเพื่อหา x
x คือด้าน AB ซึ่งโจทย์ต้องการ

$$\tan 60^\circ = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$$

$$\sqrt{3} = \frac{x}{y}$$

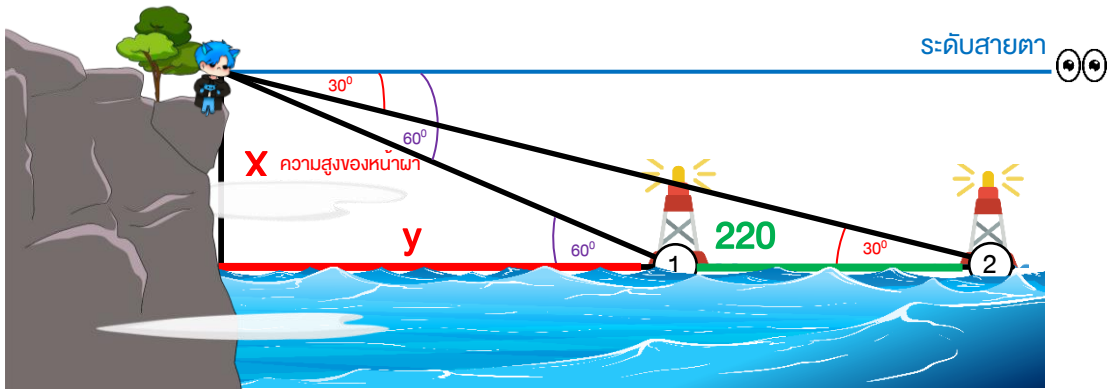
$$y\sqrt{3} = x \quad (1)$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{y+200}$$

$$y+200 = x\sqrt{3} \quad (2)$$

Ex.IV ชายคนหนึ่งอยู่บนหน้าผาแห่งหนึ่ง มองเห็นท่อน 2 ท่อน อยู่ในทะเลเป็นมุม กัม 30° และ 60° ถ้าท่อนทั้งสองอยู่ห่างกัน 220 เมตร จงหาความสูงของหน้าผา



แทนค่า ① ใน ②

$$y + 220 = y\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

$$y + 220 = 3y$$

$$220 = 3y - y$$

$$220 = 2y$$

$$\frac{220}{2} = y$$

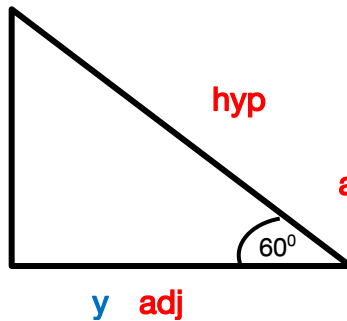
$$110 = y$$

แทนค่า y ใน ①

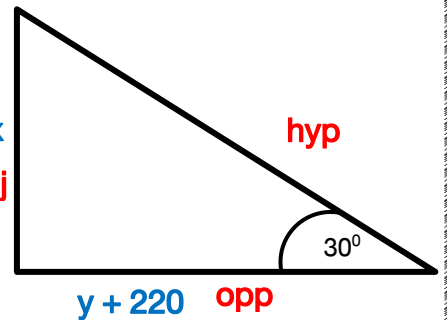
$$110\sqrt{3} = x$$

∴ หน้าผาสูง $110\sqrt{3}$ เมตร

x
opp



x
adj



$$\tan 60^\circ = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$$

$$\sqrt{3} = \frac{x}{y}$$

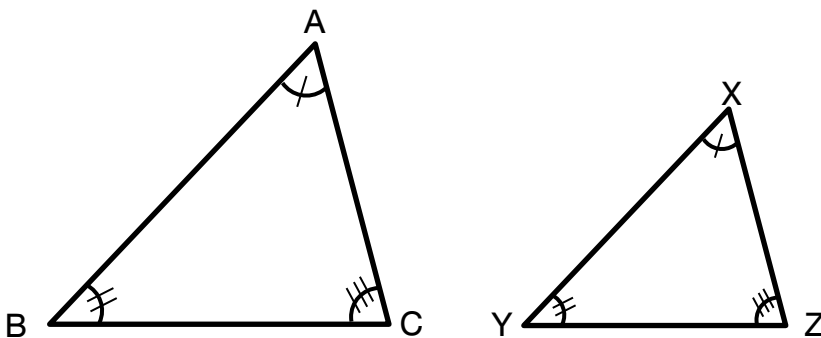
$$y\sqrt{3} = x \text{ ①}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{y + 220}$$

$$y + 220 = x\sqrt{3} \text{ ②}$$

ความคล้าย



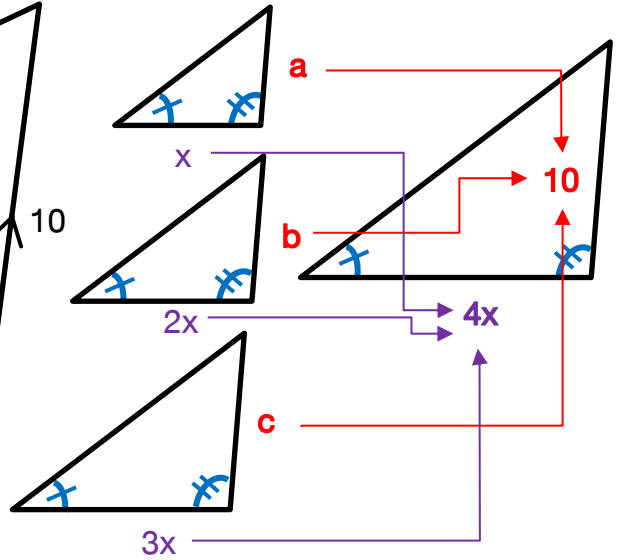
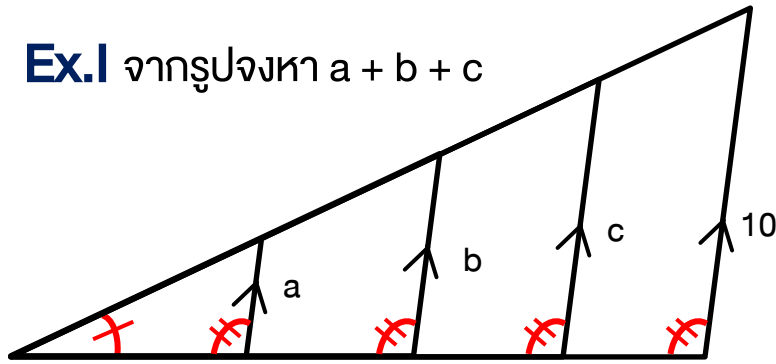
นิยาม

สามเหลี่ยมสองรูปจะคล้ายกันก็ต่อเมื่อมีมุมเท่ากันทั้งสามมุม

TIPS

สามเหลี่ยมคล้ายกันต้องมีความสัมพันธ์ แบบ มุม - มุม - มุม

Ex.I จากรูปจงหา $a + b + c$



คูณไขว้

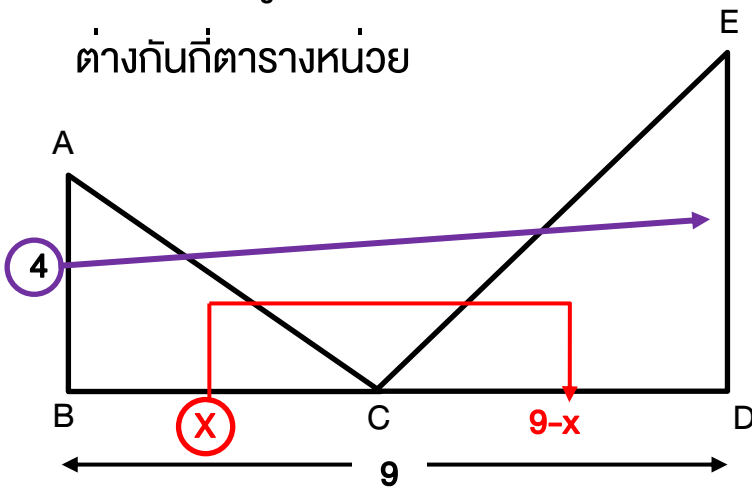
$$\frac{a}{10} = \frac{x}{4x} \quad a = \frac{10}{4}$$

$$\frac{b}{10} = \frac{2x}{4x} \quad b = \frac{20}{4} = \frac{10}{4} + \frac{20}{4} + \frac{30}{4}$$

$$\frac{c}{10} = \frac{3x}{4x} \quad c = \frac{30}{4} = \frac{60}{4} \quad \boxed{= 15}$$

$a + b + c$

Ex.II จากรูปกำหนดให้ $\widehat{BAC} = \widehat{DEC}$ จงหาว่า $\triangle ABC$ และ $\triangle CDE$ มีพื้นที่ต่างกันกี่ตารางหน่วย



พื้นที่ $\triangle = \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$

8 พื้นที่ $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ ตร.หน่วย

พื้นที่ $\triangle CDE = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ ตร.หน่วย

$$\frac{x}{9-x} = \frac{4}{8}$$

$$8x = 4(9-x)$$

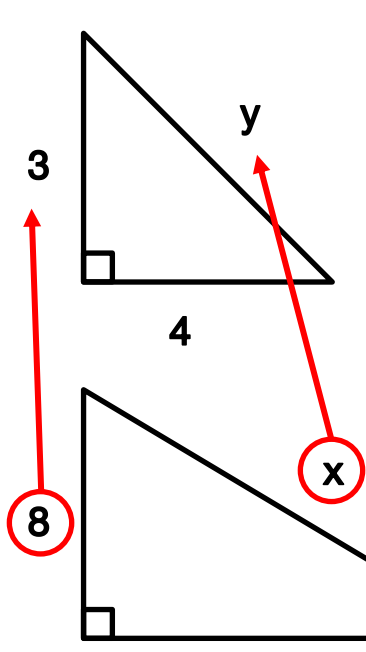
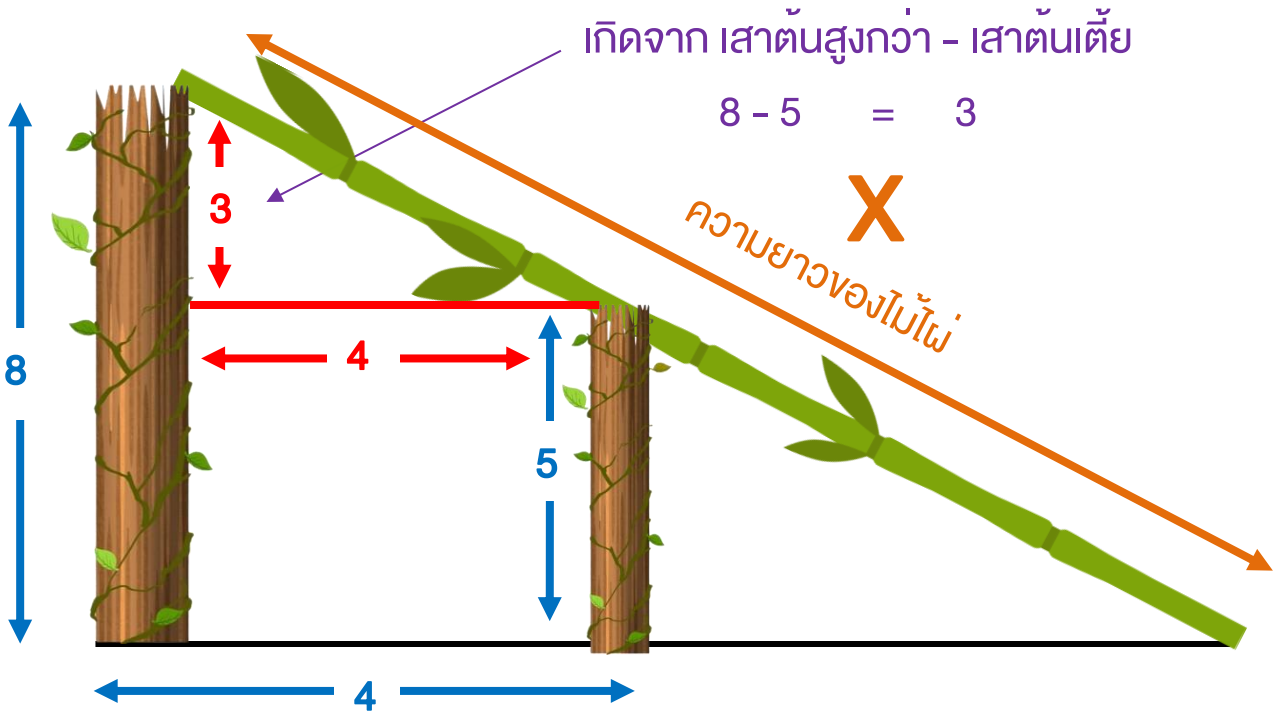
$$8x = 36 - 4x$$

$$12x = 36$$

$$x = 3$$

\therefore พื้นที่ $\triangle ABC$ และ $\triangle CDE$ ต่างกัน $24 - 6 = 18$ หน่วย

Ex.III เสาไม้สองต้นสูง 5 เมตร และ 8 เมตร ปักอยู่ห่างกัน 4 เมตร ถ้าใช้ไม้ไผ่
วางบนยอดเสาทั้งสองต้นจนติดกับพื้นอยากทราบว่า จะต้องใช้ไม้ไผ่ยาวอย่าง
น้อยเท่าไร



$$y^2 = 3^2 + 4^2$$

$$y^2 = 9 + 16$$

$$y^2 = 25$$

$$y = 5$$

$$\frac{x}{5} = \frac{8}{3}$$

$$3X = 40$$

$$X = \frac{40}{3}$$

∴ จะต้องใช้ไม้ไผ่ยาวอย่างน้อย $\frac{40}{3}$ เมตร