

Freedom | คณิตศาสตร์

สอบกลางภาค 2 / 2567

(สรุปลัดทัก IG : d3w4r_zz)

คำเตือน

เนื้อหาทั้งหมดเป็นเนื้อหาที่สรุปเอง
เนื้อหาจาก หนังสือ / สมุด / ชีท / ครู
สรุปนี้อาจมีข้อผิดพลาดได้



ONLINE PDF

poomp5.com/freedom



กฎการคูณ

การทำงานต่อเนื่องกัน

เหรียญบาท 3 เหรียญ โยน 1 ครั้ง
จะออกหน้าต่าง ๆ ได้กี่วิธี

เหรียญ 1 ได้ 2 แบบ (หัว, ก้อย)
เหรียญ 2 ได้ 2 แบบ (หัว, ก้อย)
เหรียญ 3 ได้ 2 แบบ (หัว, ก้อย)

∴ ออกได้ $2 \times 2 \times 2 = 8$ วิธี

อ่านสิ่งที่โจทย์ให้ทำดี ๆ

กฎการบวก

การทำงานไม่ต่อเนื่องกัน

สร้างจำนวนคู่ที่มี 3 หลัก โดยสร้างเลข
0,1,2,3,4,5 แต่ละเลขไม่ซ้ำกัน
จะสร้างได้ที่จำนวน

	ร้อย	สิบ	หน่วย	
หลักหน่วยเป็น 0	5 วิธี	4 วิธี	1 วิธี	$5 \times 4 \times 1 = 20$
หลักหน่วยเป็น 2	4 วิธี	4 วิธี	1 วิธี	$4 \times 4 \times 1 = 16$
หลักหน่วยเป็น 4	4 วิธี	4 วิธี	1 วิธี	$4 \times 4 \times 1 = 16$

∴ จะสร้างได้ $20 + 16 + 16 = 52$ วิธี

การแก้สมการแฟกทอเรียล

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 132$$

$$\frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} = 132$$

$$n(n-1) = 12 \times 11$$

∴ $n = 12$

$$\frac{n!}{(n-6)!6!} = \frac{n!}{(n-8)!8!}$$

$$\frac{\cancel{n!} 8!}{6! \cancel{n!}} = \frac{(n-6)!}{(n-8)!}$$

$$\frac{8 \times 7 \times \cancel{6!}}{\cancel{6!}} = \frac{(n-6)(n-7)\cancel{(n-8)!}}{\cancel{(n-8)!}}$$

$$8 \times 7 = (n-6)(n-7)$$

∴ $n = 14$

$$7 \frac{n!}{(n-3)!} = 6 \frac{(n+1)!}{(n-2)!}$$

$$\frac{7(n-2)!}{(n-3)!} = \frac{6(n+1)!}{n!}$$

$$7 \times \frac{(n-2)\cancel{(n-3)!}}{\cancel{(n-3)!}} = \frac{6 \times (n+1)\cancel{(n)!}}{\cancel{n!}}$$

$$7(n-2) = 6(n+1)$$

$$7n - 14 = 6n + 6$$

$$7n - 6n = 6 + 14$$

$$n = 20$$

∴ $n = 20$

$1! = 1$

$2! = 2$

$3! = 6$

$4! = 24$

$5! = 120$

$6! = 720$

$7! = 5,040$

$8! = 40,320$

$9! = 362,880$

สูตร 1

$n!$ วิธี

n คือสิ่งที่ต่างกันทั้งหมด

เรียงหนังสือ 12 เล่มบนชั้นหนังสือได้ที่วิธี

∴ จะเรียงได้ $12!$ วิธี (479,001,600 วิธี)

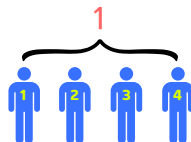
จัดเรียงตัวอักษรคำว่า "FREEDOM" ได้ที่วิธี โดยไม่คำนึงถึงความหมาย

∴ จะเรียงได้ $7!$ วิธี (5,040 วิธี)

มีชาย 4 คน หญิง 3 คน นำมายืนเรียงแถว จะจัดได้ที่วิธี **เมื่อ**

เมื่อ ชายยืนติดกัน

: ชายยืนติดกันมัดรวมเป็นหนึ่ง



: ชายหญิงสลับกันได้

$4! = 24$ วิธี



: ชายสลับกันเองได้

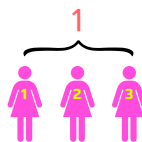
$4! = 24$ วิธี



∴ จะจัดได้ $4!4! = 576$ วิธี

เมื่อ หญิงยืนติดกัน

: หญิงยืนติดกันมัดรวมเป็นหนึ่ง



: หญิงชายสลับกันได้

$5! = 120$ วิธี



: หญิงสลับกันเองได้

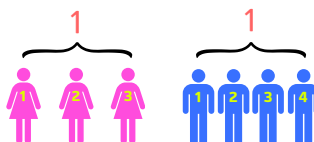
$3! = 6$ วิธี



∴ จะจัดได้ $5!3! = 720$ วิธี

เมื่อ หญิงและชายยืนติดกัน

: หญิงและชายยืนติดกันมัดรวมเป็นหนึ่ง



: จัดหญิงชายสลับได้

$2! = 4$ วิธี



: ชายสลับกันได้

$4! = 24$ วิธี



: หญิงสลับกันได้

$3! = 6$ วิธี



∴ จะจัดได้ $4!3!2! = 288$ วิธี

มีหนังสือ คณิต 6 เล่ม ไทย 6 เล่ม อังกฤษ 6 เล่ม สังคม 6 เล่ม หนังสือทุกเล่มต่างกัน
ถ้าจะจัดหนังสือเรียงแถวบนชั้นหนังสือจะได้ที่วิธี **เมื่อ**

เมื่อ เรียงหนังสือสลับกันวิชากันทีละ 1 เล่ม

: หนังสือวิชาเดียวกันสลับที่กันได้ $6!6!6!6!$ = $(6!)^4$ วิธี

: แต่ละชุดสลับกันเองได้ = $4!$ วิธี

หนังสือแตกต่างกัน 4 ประเภท

หนังสือแต่ละชุดมี 6 เล่ม

∴ จะจัดได้ $4!(6!)^4$

เมื่อ เรียงหนังสือสลับกันวิชากันทีละ 2 เล่ม

: หนังสือวิชาเดียวกันสลับที่กันได้ $6!6!6!6!$ = $(6!)^4$ วิธี

: แต่ละชุดสลับกันเองได้ = $4!$ วิธี

∴ จะจัดได้ $4!(6!)^4$

เมื่อ เรียงหนังสือสลับกันวิชากันทีละ 3 เล่ม

: หนังสือวิชาเดียวกันสลับที่กันได้ $6!6!6!6!$ = $(6!)^4$ วิธี

: แต่ละชุดสลับกันเองได้ = $4!$ วิธี

∴ จะจัดได้ $4!(6!)^4$

เรียงหนังสือสลับวิชากันทีละ 1, 2, 3 ได้คำตอบแบบเดียวกัน

เมื่อ เรียงหนังสือคณิตกับไทย สลับกันทีละเล่ม
เรียงหนังสืออังกฤษกับสังคม สลับกันทีละเล่ม

: เรียงคณิตกับไทยได้ = $2!(6!)^2$

: เรียงอังกฤษกับสังคมได้ = $2!(6!)^2$

หนังสือต่างกัน 2 ประเภท

หนังสือแต่ละชุดมี 6 เล่ม

∴ จะเรียงได้ $2!(6!)^2 + 2!(6!)^2$ วิธี

เมื่อ เรียงหนังสือคณิตกับไทย สลับวิชากันทีละ 2 เล่ม
เรียงหนังสืออังกฤษกับสังคม สลับวิชากันทีละ 3 เล่ม

: เรียงคณิตกับไทยได้ = $2!(6!)^2$

: เรียงอังกฤษกับสังคมได้ = $2!(6!)^2$

∴ จะเรียงได้ $2!(6!)^2 + 2!(6!)^2$ วิธี

**สลับวิชาละทีละเล่มก็ตามไม่
เกี่ยวข้องจากโจทย์และสูตร**

สูตร 3

$P_{n,r}$

n คือสิ่งที่ต่างกัน , r เป็นสิ่งเพื่อเรียง

$$\frac{n!}{(n-r)!} \text{ วิธี}$$

คนกลุ่มหนึ่งมี 6 คน จะนำคนในกลุ่มนี้มา 3 คน เพื่อมาจัดเข้าแถวตรง จะจัดได้กี่วิธี

: คน 6 คน เรียง 3 คน ได้ $P_{6,3}$

$$\begin{aligned}
 : P_{6,3} &= \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} \\
 &= \frac{6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 120 \text{ วิธี}
 \end{aligned}$$

∴ จะเรียงได้ 120 วิธี

ถ้าจะสร้างคำซึ่งมีอักษร 5 ตัว ไม่ซ้ำกัน โดยเลือกตัวอักษรมาจากคำว่า "MATHEMATICS" จะสร้างได้กี่คำโดยไม่คำนึงถึงความหมาย **เมื่อ****เมื่อ** อักษรตัวแรกเป็นพยัญชนะ: มีพยัญชนะ M, T, H, C, S โดยเลือกได้ $P_{5,1}$ ได้ 5 วิธี: เหลืออีก 7 ตัว เลือก 4 ตัว จะได้ $P_{7,4}$

$$\begin{aligned}
 : P_{7,4} &= \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} \\
 &= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 840 \times 5 = 4,200 \text{ วิธี}
 \end{aligned}$$

∴ จะเรียงได้ 4,200 วิธี

เมื่อ ตัวกลางเป็นสระ

: มีสระ A, E, I 3 ตัว โดยใส่ตรงกลางได้ 3 วิธี

: เหลืออีก 7 ตัว เลือก 4 ตัว จะได้ $P_{7,4}$

$$: P_{7,4} = \frac{3 \times 7!}{(7-4)!} = \frac{3 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}}$$

∴ จะเรียงได้ 2,520 วิธี

เมื่อ ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม (มีอักษรที่ต่างกัน 8 ตัว): จัดเรียงทีละ 5 ตัวได้ $P_{8,5}$

$$= \frac{8!}{(8-5)!} = \frac{8!}{3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}}$$

∴ จะเรียงได้ 6,720 วิธี

ตัวอักษรในคำว่า "SUCCESS" จะเรียงได้กี่วิธี

$$\begin{aligned}
 : \quad \underset{3}{SSS}, \underset{1}{U}, \underset{2}{CC}, \underset{1}{E} &= \frac{7!}{3!2!} \\
 &= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{(3!)2 \times 1} \\
 &= 420 \text{ วิธี}
 \end{aligned}$$

∴ จะเรียงได้ 420 วิธี

มีแจกันอยู่ 10 ใบ แจกันสีฟ้าที่ต่างกัน 2 ใบ สีเขียวที่ต่างกัน 3 ใบ และสีชมพูที่เหมือนกัน 5 ใบ ซึ่งจะนำแจกันมาเรียงบนโต๊ะ จะเรียงได้กี่วิธี **เมื่อ**

เมื่อ ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

$$\begin{aligned}
 : \quad \text{มีแจกัน } \begin{array}{c} \text{1} \quad \text{2} \quad \text{1} \quad \text{2} \quad \text{3} \\ \text{5 ใบ} \end{array} &= \frac{10!}{5!} \\
 &= 10 \times 9 \times 8 \times 7 \\
 &= 30,240 \text{ วิธี}
 \end{aligned}$$

∴ จะเรียงได้ 30,240 วิธี

เมื่อ แจกันสีเขียวอยู่ติดกัน

$$\begin{aligned}
 : \quad \text{มีแจกัน } \begin{array}{c} \text{1} \quad \text{2} \quad \text{1} \quad \text{2} \quad \text{3} \\ \text{5 ใบ} \end{array} &= \frac{8!3!}{5!} \\
 &= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5! \times 3 \times 2}{5!} \\
 &= 2,016 \text{ วิธี}
 \end{aligned}$$

∴ จะเรียงได้ 2,016 วิธี

เมื่อ แจกันสีฟ้าอยู่แยกกัน

$$\begin{aligned}
 : \quad \text{มีแจกัน } \begin{array}{c} \text{1} \quad \text{1} \quad \text{2} \quad \text{3} \\ \text{5 ใบ} \end{array} &= \text{ไม่มีเงื่อนไข} - \text{สีฟ้าติดกัน} \\
 &= 30,240 - \frac{9!2!}{5!} \\
 &= 30,240 - \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5! \times 2 \times 1}{5!} \\
 &= 30,240 - 6,048 \\
 &= 24,192 \text{ วิธี}
 \end{aligned}$$

∴ จะเรียงได้ 24,192 วิธี

การจัดหมู่ 1

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ วิธี}$$

n คือสิ่งที่ต่างกัน , โดยจัดครั้งละ r

$$\binom{5}{5} = 1$$

$$\binom{5}{0} = 1$$

$$\binom{5}{1} = 5$$

$$\binom{5}{4} = 5$$

ถ้าเลข 2 ตัวเหมือนกันจะได้คำตอบเท่ากับ 1

ถ้าเลขตัวล่างเป็น 0 คำตอบจะมีค่าเท่ากับ 1

ถ้าเลขตัวล่างเป็น 1 จะได้คำตอบเท่ากับตัวบน

ถ้าเลขตัวล่างต่างจากตัวบนอยู่ 1 คำตอบจะเท่ากับตัวบน

$$\binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3} = 2^3 = 8$$

นับจำนวนตรงนี้ และนำไปใส่ตรงเลขยกกำลัง

นับจำนวนตั้งแต่หลังจำนวนแรกจนถึงจำนวนสุดท้าย

จะเลือกเด็ก 4 คน จากเด็กกลุ่มหนึ่งซึ่งมี 10 คน จะได้วิธี

เลือกเด็ก 4 คน จาก 10 คน

$$\begin{aligned} \therefore \binom{10}{4} &= \frac{10!}{4!(10-4)!} \\ &= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 6!} \\ &= 210 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

∴ จะเรียงได้ 210 วิธี

คนกลุ่มหนึ่งมี 8 คน ในนั้นมีพี่น้อง 2 คน ต้องการคัดคนจากกลุ่ม จะได้วิธี เมื่อ

เมื่อเลือกได้พี่น้องทั้ง 2 คน

$$\begin{aligned} \therefore \text{เลือกพี่น้องได้ } \binom{2}{2} &= 1 \text{ วิธี} \\ \therefore \text{เลือกอีกสองได้ } \binom{6}{2} &= \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{2 \times 1 \times 4!} = 15 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

∴ จะเลือกได้ 1 x 15 = 15 วิธี

เมื่อเลือกแล้วมีพี่น้องอย่างน้อย 1 คน

$$\begin{aligned} \therefore \text{เลือกพี่น้องอย่างน้อย 1 คน} &= (4 \text{ คนจากทั้งหมด}) - (4 \text{ คนที่ไม่มีพี่น้อง}) \\ &= \binom{8}{4} - \binom{6}{4} \\ &= \frac{8!}{4!(8-4)!} - \frac{6!}{4!(6-4)!} \\ &= 70 - 15 \end{aligned}$$

∴ จะเลือกได้ 55 วิธี

จะใช้สูตร $\frac{n!}{r!(n-r)!}$ เลยไม่ได้จะต้อง จัดหมู่ของซ้ำบางส่วนก่อนและค่อยเรียง

นำอักษรคำว่า "BANANA" มาสร้างเป็นคำใหม่คราวละ 3 ตัวจะทำได้กี่วิธี

จากอักษรมี B, AAA, NN

$$: \text{เหมือนกัน } 3 \text{ ตัว} = \binom{1}{1} = 1 \text{ วิธี}$$

$$: \text{เหมือนกัน } 2 \text{ ต่างกัน } 1 \text{ ตัว} = \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 4 \text{ วิธี}$$

$$: \text{นำ } 3 \text{ ตัวมาเรียงกันได้ } \frac{3!}{2!} \times 4 = \frac{6 \times 4}{2} = 12 \text{ วิธี}$$

$$: \text{ต่างกัน } 3 \text{ ตัว} = \binom{3}{3} = 1 \text{ วิธี}$$

$$: \text{นำ } 3 \text{ ตัวมาเรียงกันได้} = 3! = 6 \text{ วิธี}$$

∴ จะเรียงได้ $12 + 1 + 6 = 19$ วิธี

ในการคัดเลือกผู้แทนของจังหวัดหนึ่ง ซึ่งมีผู้แทนได้ 3 คน มีพรรคการเมืองส่ง 5 พรรค พรรคละ 3 คน จะมีวิธีเลือกผู้แทนทั้ง 3 คน ได้กี่วิธี **เมื่อ**

เมื่อผู้แทน 3 คนมาจากต่างพรรค

$$= \binom{5}{3} \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= \frac{5!}{2!(5-2)!} \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= \frac{\cancel{5} \times \cancel{4} \times \cancel{3}!}{\cancel{2} \times \cancel{1} \times \cancel{3}!} \times 27$$

$$= 270 \text{ วิธี}$$

∴ จะได้ 270 วิธี

สามี-ภรรยา 6 คู่ ถ้าต้องการเลือกออกมา 4 คน ได้กี่วิธี **เมื่อ**

เมื่อทั้ง 4 คน ไม่มีใครเป็นสามีภรรยากัน

$$= \binom{6}{4} \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= \frac{6!}{4!(6-4)!} \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= \frac{\cancel{6} \times \cancel{5} \times \cancel{4}!}{\cancel{4}! \times \cancel{2} \times \cancel{1}} \times 16$$

$$= 240 \text{ วิธี}$$

∴ จะได้ 240 วิธี

ในข้อสอบอาจมีโจทย์จากแบบฝึกหัดหน้า 27 - 35 (เสื่อบอก)

